

## ТРАНСКОНТИНЕНТАЛЬНАЯ АДДИТИВНАЯ АЛЛОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ТАБЛИЦА ДЛЯ ОЦЕНКИ ФИТОМАССЫ ДЕРЕВЬЕВ ЕЛИ

В. А. УСОЛЬЦЕВ,  
доктор сельскохозяйственных наук, профессор,  
М. П. ВОРОНОВ,  
кандидат технических наук, доцент,  
К. В. КОЛЧИН,  
аспирант,  
В. А. АЗАРЕНОК,  
доктор сельскохозяйственных наук, профессор,  
Уральский государственный лесотехнический университет  
(620100, г. Екатеринбург, ул. Сибирский тракт, д. 37)

**Ключевые слова:** *Picea L.*, биосферная роль лесов, биомасса деревьев, аллометрические модели, пробные площади, биологическая продуктивность, аддитивность уравнений, трансконтинентальная таблица фитомассы деревьев.

Впервые в русскоязычной литературе на уникальной по объему базе фактических данных в количестве 1 065 деревьев ели (род *Picea L.*), взятых в пределах ареала рода на территории Евразии, решена проблема гармонизации моделей фитомассы деревьев путем соблюдения принципа аддитивности, предполагающего, что суммарная фитомасса фракций (ствол, ветви, хвоя, корни), полученная по «фракционным» уравнениям, должна быть равна значению фитомассы, полученному по общему уравнению. Разработана система аддитивных соотношений фракционного состава фитомассы, представляющая собой трансконтинентальную трехшаговую модель пропорционального взвешивания, на основе которой составлена соответствующая таблица фитомассы деревьев ели по двум входам – диаметру ствола и высоте дерева. В отличие от «агрегированного» метода построения аддитивной модели по принципу «от частного – к общему», применен альтернативный, «дисагрегированный» трехшаговый метод ее построения по принципу «от общего – к частному», модифицированный авторами путем снятия корреляции остаточной дисперсии. Предложенная модель и соответствующая таблица для оценки подеревной фитомассы дает возможность определения в первом приближении фитомассы еловых древостоев (т/га) по данным измерительной таксации на территории Евразии. Поскольку подобные всеобщие модели и таблицы могут иметь смещения в локальных условиях их применения, на следующем этапе исследований предстоит разработать более детальные, региональные модели и таблицы фитомассы путем «разбиения» предложенной здесь всеобщей модели на региональные с помощью фиктивных переменных.

## TRANSCONTINENTAL ADDITIVE ALLOMETRIC MODEL AND WEIGHT TABLE FOR ESTIMATING SPRUCE TREE BIOMASS

V. A. USOLTSEV,  
doctor of agricultural sciences, professor,  
M. P. VORONOV,  
candidate of technical sciences, associate professor,  
K. V. KOLCHIN,  
post-graduate student,  
V. A. AZARENOK,  
doctor of agricultural sciences, professor,  
Ural State Forest Engineering University  
(37 Sibirskiy tract Str., 620100, Ekaterinburg)

**Keywords:** *Picea L.*, biosphere role of forests, biomass of trees, allometric models, sample plots, biological productivity, equations additivity, transcontinental table of tree biomass.

For the first time in Russian literature the problem of harmonizing allometric models of tree biomass components (stem, branches, foliage, roots) by means of ensuring the principle of their additivity has been solved. It is implying that the sum of biomass values obtained by component equations should be equal to the value of total biomass received with the general equation. For this purpose the unique tree biomass database in a number of 1 065 spruce trees (*Picea sp.*) growing on the territory of Eurasia is compiled. Additive system of biomass component relations, as a transcontinental three-step model of proportional weighting is designed. On its basis the corresponding taxation table of the biomass component composition involving two inputs – the stem diameter at breast height and the tree height – is suggested. In contrast to the “aggregation” method of designing the additive model according to the principle “from particular to general”, an alternative, “disaggregation” three-step method is applied when using another principle “from general to particular”. The authors modified the latter by removing the correlation of residual variances. The proposed model and corresponding table for estimating tree biomass makes it possible to calculate spruce stands biomass (t/ha) on Eurasian forests as the first approximation when using measuring taxation. Because such transcontinental models and tables may have biases in local conditions for their application, in the next stage of this research more detailed, regional tree biomass models and tables through “split” proposed here common model for regional ones using dummy variables will be developed.

Положительная рецензия представлена С. В. Залесовым, заслуженным лесоводом России, доктором сельскохозяйственных наук, профессором, проректором по научной работе Уральского государственного лесотехнического университета.

Фитомасса лесов является неотъемлемой составляющей в решении проблемы устойчивого развития и основным «драйвером» сукцессионных изменений во вторичных лесах [1], однако скорость восстановления их биомассы существенно опережает темпы восстановления биоразнообразия [2]. Это означает снижение устойчивости биосферы и постепенную ее деградацию, что несет угрозу для существования человека. Поэтому снятие неопределенностей, связанных с оценкой биопродукции и биоразнообразия лесного покрова, имеет непреходящее значение.

Одна из таких неопределенностей связана с проблемой гармонизации аллометрических моделей фитомассы деревьев. Названная гармонизация, в частности, предполагает соблюдение принципа аддитивности, согласно которому суммарная фитомасса фракций (ствол, ветви, хвоя, корни), полученная по «фракционным» уравнениям, должна равняться значению фитомассы, полученному по общему уравнению [3]. Необходимость соблюдения принципа аддитивности в таблицах фитомассы деревьев, составленных по соответствующим уравнениям, отмечалась уже в первых работах, посвященных оценке фитомассы деревьев по их легко измеряемым морфологическим (дендрометрическим) показателям [4]. Названная проблема широко обсуждается в мировой литературе, и в последние годы наблюдается экспоненциальный рост публикаций по этой теме, однако в русскоязычной литературе она полностью игнорируется.

Основное предназначение аддитивных моделей – не только устранить внутреннюю противоречивость системы уравнений для фитомассы деревьев и их фракций, но и получить минимальные смещения оценок при минимальной коррелированности остатков дисперсии. Первые попытки осуществить принцип аддитивности предпринимались на примерах линейных моделей. В частности, для 10 модельных деревьев туи гигантской были рассчитаны зависимости фитомассы *i*-й фракции (кроны, древесины и коры ствола) ( $P_i$ , фунты) от диаметра ствола на высоте груди ( $D$ , дюймы), выраженные полиномом 2-го порядка (табл. 1). Регрессионные коэффициенты

для надземной фитомассы ( $P_a$ ) получены сложением соответствующих регрессионных коэффициентов «фракционных» уравнений [5]. Показатели адекватности (коэффициент детерминации  $R^2$  и стандартная ошибка) общего уравнения рассчитываются по специальному алгоритму на основе полученных характеристик «фракционных» уравнений.

В последующие годы были предложены и реализованы на разных объектах более сложные алгоритмы аддитивных моделей фитомассы деревьев, в частности, нелинейный взвешенный метод наименьших квадратов с принудительной перекрестной оценкой регрессионных коэффициентов, с дополнительным вводом функции ошибки и с учетом внутренней корреляции между фракциями фитомассы, а также двухшаговый нелинейный метод псевдонесвязанных регрессий (nonlinear seemingly unrelated regressions – NSUR), при котором вводятся дополнительные ограничения на подбор регрессионных уравнений для массы исходных фракций (например, листья и ветвей) и промежуточной фракции (например, массы кроны) без расчета специальных уравнений для промежуточных фракций [3, 6–12]. В последнем случае применен так называемый обобщенный, или косвенный метод наименьших квадратов [7]. Статистическая корректность и, соответственно, сложность расчетных алгоритмов при этом последовательно возрастали, потребовался инструментальный современного программного обеспечения (SAS/ETS 9.3; R-statistical package). Все перечисленные алгоритмы реализовывались по принципу «от частного – к общему».

Китайскими исследователями [13–17] был предложен альтернативный метод, реализуемый по принципу «от общего – к частному». Наиболее полно представленный по фракционному составу (включена не только надземная, но и подземная фитомасса дерева), он получил название 3-шагового метода пропорционального взвешивания (three-step proportional weighting – 3SPW) [15]. Согласно предложенной структуре «дизагрегированной» (расчленяемой) (disaggregation model) 3-шаговой аддитивной системы моделей пропорционального взвешивания, оце-

Таблица 1

Характеристика аддитивных уравнений для фитомассы деревьев туи гигантской [5]

Table 1

Characteristic of additive equations for tree biomass of *Thuja plicata* Donn. [5]

| Фракция фитомассы<br><i>Biomass component</i> | Уравнение<br><i>Equation</i>           | $R^2$ |
|---|--|-------|
| Древесина ствола<br><i>Stem wood</i>          | $P_s = 287,42 - 105,49 D + 13,439 D^2$ | 0,992 |
| Кора ствола<br><i>Stem bark</i>               | $P_{bk} = -3,19 + 1,36 D + 0,410 D^2$  | 0,996 |
| Крона<br><i>Tree crown</i>                    | $P_c = -31,20 + 7,01 D + 1,148 D^2$    | 0,960 |
| Надземная масса<br><i>Aboveground mass</i>    | $P_a = 253,03 - 97,12 D + 14,997 D^2$  | 0,995 |

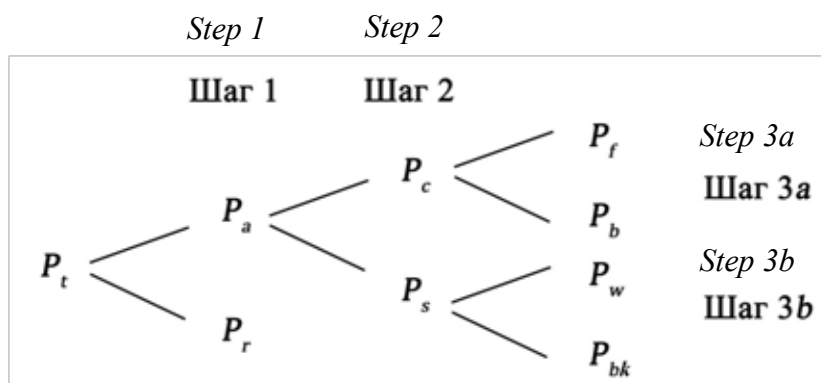


Рис. 1. Блок-схема «дисагрегированной» (расчленяемой) трехшаговой аддитивной модели фитомассы дерева. Обозначения:  $P_t$ ,  $P_r$ ,  $P_a$ ,  $P_c$ ,  $P_s$ ,  $P_f$ ,  $P_b$ ,  $P_w$  и  $P_{bk}$  – соответственно фитомасса дерева: общая, подземная (корней), надземная, кроны (хвои и ветвей), ствола (древесины и коры), хвои, ветвей, древесины ствола и коры ствола, кг  
 Fig. 1. The block diagram of the three-step disaggregation additive model of tree biomass.  
 Designations:  $P_t$ ,  $P_r$ ,  $P_a$ ,  $P_c$ ,  $P_s$ ,  $P_f$ ,  $P_b$ ,  $P_w$  and  $P_{bk}$  – tree biomass, correspondingly: total, underground (roots), aboveground, crown (needles and branches), stem total (wood and bark), needles, branches, stem wood and stem bark, kg

|                   |   |  |
|-------------------|---|--|
| Шаг 1<br>Step 1   | $P_r = \frac{1}{1 + \frac{a_a D^{b_a} H^{c_a}}{a_r D^{b_r} H^{c_r}}} \times P_t$          | $P_a = \frac{1}{1 + \frac{a_r D^{b_r} H^{c_r}}{a_a D^{b_a} H^{c_a}}} \times P_t$             |
| Шаг 2<br>Step 2   | $P_c = \frac{1}{1 + \frac{a_s D^{b_s} H^{c_s}}{a_c D^{b_c} H^{c_c}}} \times P_a$          | $P_s = \frac{1}{1 + \frac{a_c D^{b_c} H^{c_c}}{a_s D^{b_s} H^{c_s}}} \times P_a$             |
| Шаг 3а<br>Step 3а | $P_f = \frac{1}{1 + \frac{a_b D^{b_b} H^{c_b}}{a_f D^{b_f} H^{c_f}}} \times P_c$          | $P_b = \frac{1}{1 + \frac{a_f D^{b_f} H^{c_f}}{a_b D^{b_b} H^{c_b}}} \times P_c$             |
| Шаг 3б<br>Step 3б | $P_w = \frac{1}{1 + \frac{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}}}{a_w D^{b_w} H^{c_w}}} \times P_s$ | $P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{a_w D^{b_w} H^{c_w}}{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}}}} \times P_s$ |

Рис. 2. Структура 3-шаговой аддитивной модели, реализуемой по принципу пропорционального взвешивания по данным 122 деревьев лиственницы Гмелина [15]. Обозначения: см. рис. 1 и уравнение (1).  
 Fig. 2. The structure of three-step disaggregation additive model of proportional weighting, when using 122 sample trees of *Larix gmelinii* Rupr. [15]. For designations see Fig. 1 and Eq. (1).

ненная по исходному уравнению общая фитомасса расчленяется на корни и надземную часть в соответствии с их долями в общей фитомассе (шаг 1), далее полученная надземная фитомасса расчленяется аналогичным образом на крону и ствол в коре (шаг 2), и, наконец, крона расчленяется на хвою и ветви (шаг 3а), а ствол - на древесину и кору (шаг 3б) (см. рис. 1). Поскольку коэффициенты регрессионных моделей всех трех шагов оцениваются одновременно, это обеспечивает аддитивность фитомассы всех фракций - общей, промежуточных и исходных [15].

Сопоставив методы 3SPW и NSUR (соответственно метод «от общего – к частному», или дисагрегированный, и метод «от частного – к общему», или агрегированный) по данным 122 деревьев лиственницы Гмелина, исследователи пришли к выводу, что хотя полученные по двум методам результаты близки

между собой, первый дает меньшую стандартную ошибку регрессионных коэффициентов по сравнению со вторым. Причину они видят в том, что уравнение для общей фитомассы, расчленяемое далее на «фракционные» соотношения по методу 3SPW, всегда имеет более высокие показатели адекватности, чем «фракционные» для массы хвои и ветвей. Поэтому при реализации процедуры в направлении от «фракционных» к общему уравнению по методу NSUR, более высокие ошибки уравнений для массы хвои и ветвей накладываются на уравнения для промежуточных фракций и общей фитомассы. В итоге показатели адекватности уравнений, полученных по методу NSUR, остаются более низкими, чем полученные по методу 3SPW, в том числе при снятии коррелированности фракций и неоднородности дисперсии остатков [15].

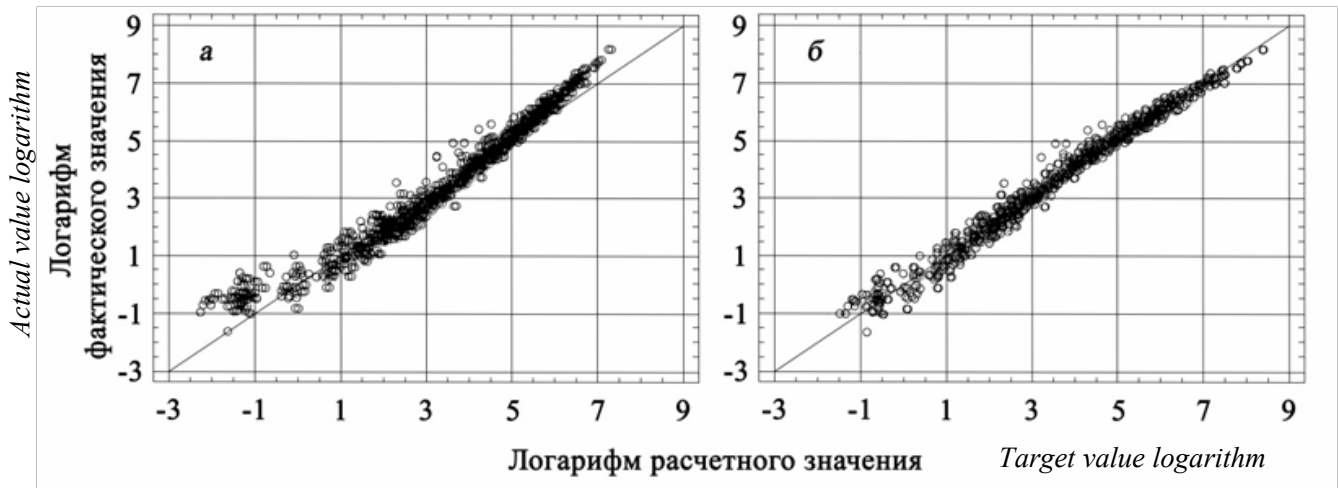


Рис. 3. Соотношение фактических и расчетных значений логарифмов надземной фитомассы деревьев ели по уравнению  $\ln P_a = a_a + b_a (\ln D) + c_a (\ln H)$  (а) и  $\ln P_a = a_a + b_a (\ln D) + c_a (\ln H) + d_a (\ln D)(\ln H)$  (б) [20].  
 Fig. 3. Relation of log-observed and log-predicted data of spruce tree aboveground biomass according to equations:  $\ln P_a = a_a + b_a (\ln D) + c_a (\ln H)$  (a) and  $\ln P_a = a_a + b_a (\ln D) + c_a (\ln H) + d_a (\ln D)(\ln H)$  (b) [20].

Таблица 2  
 Характеристика независимых аллометрических уравнений (3)  
 Table 2  
 Characteristics of independent allometric equations (3)

| Фракция фитомассы<br><i>Phytomass fraction</i> | Регрессионные коэффициенты модели<br><i>Regression coefficient of the model</i> |              |               |                      | R <sup>2</sup> * | SE*  |
|--|---|--------------|---------------|----------------------|------------------|------|
| $P_t$  | 0,8574  | $D^{1,1719}$ | $H^{-0,4340}$ | $D^{0,3529} (\ln H)$ | 0,984            | 1,34 |
| Шаг 1  |   |              |               |                      |                  |      |
| $P_r$  | 0,1748  | $D^{1,3899}$ | $H^{-0,8713}$ | $D^{0,4100} (\ln H)$ | 0,970            | 1,47 |
| $P_a$  | 0,6717  | $D^{1,0459}$ | $H^{-0,3164}$ | $D^{0,3563} (\ln H)$ | 0,984            | 1,28 |
| Шаг 2  |   |              |               |                      |                  |      |
| $P_c$  | 0,6436  | $D^{1,6702}$ | $H^{-1,2722}$ | $D^{0,2771} (\ln H)$ | 0,921            | 1,55 |
| $P_s$  | 0,1911  | $D^{0,7962}$ | $H^{0,3153}$  | $D^{0,3458} (\ln H)$ | 0,988            | 1,27 |
| Шаг 3а   |   |              |               |                      |                  |      |
| $P_f$  | 0,3584  | $D^{1,6062}$ | $H^{-1,2830}$ | $D^{0,2757} (\ln H)$ | 0,901            | 1,61 |
| $P_b$  | 0,2882  | $D^{1,7569}$ | $H^{-1,3634}$ | $D^{0,2976} (\ln H)$ | 0,879            | 1,80 |
| Шаг 3б   |   |              |               |                      |                  |      |
| $P_w$  | 0,1873  | $D^{0,8923}$ | $H^{0,0219}$  | $D^{0,3992} (\ln H)$ | 0,985            | 1,32 |
| $P_{bk}$                                       | 0,0432  | $D^{0,8019}$ | $H^{0,0603}$  | $D^{0,3177} (\ln H)$ | 0,972            | 1,38 |

Примечание: \*R<sup>2</sup> – коэффициент детерминации, SE – стандартная ошибка уравнения.  
 Note: \*R<sup>2</sup> – coefficient of determination, SE – the standard error of equation.

Для каждой из фракций фитомассы: общей  $P_t$ , промежуточной 1-го порядка  $P_a$  и промежуточных 2-го порядка  $P_c$  и  $P_s$  (см. рис. 1), а также исходных  $P_r$ ,  $P_f$ ,  $P_b$ ,  $P_w$  и  $P_{bk}$  – были рассчитаны независимые аллометрические двухфакторные модели вида [15]:

$$P_i = a_i D^{b_i} H^{c_i}, (1)$$

где  $P_i$  – фитомасса  $i$ -й фракции, кг;  
 $D$  – диаметр ствола на высоте груди, см;  
 $H$  – высота дерева, м;

$a_i, b_i, c_i$  – регрессионные коэффициенты независимых уравнений (1) для  $i$ -й фракции фитомассы.

Алгоритм последующих расчетов с целью получения аддитивных значений фракций фитомассы показан на рис. 2 в форме 3-шаговой процедуры пропорционального взвешивания.

**Цель и методика исследований.** Целью настоящего исследования является разработка трансконти-

нентальной таблицы фитомассы деревьев рода *Picea* L., аддитивной по фракционному составу, составленной на основе соответствующей системы аддитивных уравнений. В упомянутых работах [13–17] в качестве исходных материалов авторами были использованы сводки данных о фитомассе той или иной древесной породы, исчисляемые несколькими десятками деревьев. Настоящее сообщение представляет первую в России попытку разработки аддитивной системы аллометрических уравнений фитомассы деревьев и соответствующей таксационной таблицы на основе сформированной авторами уникальной по объему евразийской базы данных для ели (род *Picea* L.) в количестве 1 065 деревьев [3, 18]. Распределение пробных площадей, на которых получены эти данные на территории Евразии, было показано ранее [19].

|                   |  |   |
|-------------------|--|---|
| Шаг 1<br>Step 1   | $P_r = \frac{1}{1 + \frac{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H)}{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H)}} \times P_t$                         | $P_a = \frac{1}{1 + \frac{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H)}{a_r D^{b_r} H^{c_r} D^{d_r} (\ln H)}} \times P_t$                            |
| Шаг 2<br>Step 2   | $P_c = \frac{1}{1 + \frac{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H)}{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H)}} \times P_a$                         | $P_s = \frac{1}{1 + \frac{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H)}{a_s D^{b_s} H^{c_s} D^{d_s} (\ln H)}} \times P_a$                            |
| Шаг 3а<br>Step 3а | $P_f = \frac{1}{1 + \frac{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H)}{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H)}} \times P_c$                         | $P_b = \frac{1}{1 + \frac{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H)}{a_b D^{b_b} H^{c_b} D^{d_b} (\ln H)}} \times P_c$                            |
| Шаг 3б<br>Step 3б | $P_w = \frac{1}{1 + \frac{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H)}{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H)}} \times P_s$ | $P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H)}{a_{bk} D^{b_{bk}} H^{c_{bk}} D^{d_{bk}} (\ln H)}} \times P_s$ |

Рис. 4. Структура трехшаговой аддитивной модели, реализуемой по принципу пропорционального взвешивания.

Обозначения: см. рис. 1 и уравнение (3).

Fig. 4. The structure of three-step disaggregation additive model of proportional weighting. For designations see Fig. 1 and Eq. (3).

|  |  |   |
|--|--|---|
| $P_t = 0,8574 D^{1,1719} H^{-0,4340} D^{0,3529} (\ln H); R^2 = 0,984; SE = 1,34$ |  |   |
| Шаг 1<br>Step 1  | $P_r = \frac{1}{1 + \frac{0,6717 D^{1,0459} H^{-0,3164} D^{0,3563} (\ln H)}{0,1748 D^{1,3899} H^{-0,8713} D^{0,4100} (\ln H)}} \times P_t$ | $P_a = \frac{1}{1 + \frac{0,1748 D^{1,3899} H^{-0,8713} D^{0,4100} (\ln H)}{0,6717 D^{1,0459} H^{-0,3164} D^{0,3563} (\ln H)}} \times P_t$  |
| Шаг 2<br>Step 2  | $P_c = \frac{1}{1 + \frac{0,1911 D^{0,7962} H^{0,3153} D^{0,3458} (\ln H)}{0,6436 D^{1,6702} H^{-1,2722} D^{0,2771} (\ln H)}} \times P_a$  | $P_s = \frac{1}{1 + \frac{0,6436 D^{1,6702} H^{-1,2722} D^{0,2771} (\ln H)}{0,1911 D^{0,7962} H^{0,3153} D^{0,3458} (\ln H)}} \times P_a$   |
| Шаг 3а<br>Step 3а  | $P_f = \frac{1}{1 + \frac{0,2882 D^{1,7569} H^{-1,3634} D^{0,2976} (\ln H)}{0,3584 D^{1,6062} H^{-1,2830} D^{0,2757} (\ln H)}} \times P_c$ | $P_b = \frac{1}{1 + \frac{0,3584 D^{1,6062} H^{-1,2830} D^{0,2757} (\ln H)}{0,2882 D^{1,7569} H^{-1,3634} D^{0,2976} (\ln H)}} \times P_c$  |
| Шаг 3б<br>Step 3б  | $P_w = \frac{1}{1 + \frac{0,0432 D^{0,8019} H^{0,0603} D^{0,3177} (\ln H)}{0,1873 D^{0,8923} H^{0,0219} D^{0,3992} (\ln H)}} \times P_s$   | $P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{0,1873 D^{0,8923} H^{0,0219} D^{0,3992} (\ln H)}{0,0432 D^{0,8019} H^{0,0603} D^{0,3177} (\ln H)}} \times P_s$ |

Рис. 5. Совокупность исходных аддитивных аналитических зависимостей фракций фитомассы от диаметра и высоты дерева, рассчитанных по принципу пропорционального взвешивания. Обозначения: см. рис. 1 и уравнение (3).

Fig. 5. The combination of the original additive analytical dependencies of biomass fractions upon tree height and diameter, calculated according to the principle of proportional weighting. For designations see Fig. 1.

|  |  |  |
|--|--|--|
| $P_t = 0,8574 D^{1,1719} H^{-0,4340} D^{0,3529} (\ln H); R^2 = 0,984; SE = 1,34$ |  |  |
| Шаг 1<br>Step 1  | $P_r = \frac{1}{1 + (3,8427 D^{-0,3440} H^{0,5549} D^{-0,0537} (\ln H))} \times P_t$ | $P_a = \frac{1}{1 + (0,2602 D^{0,3440} H^{-0,5549} D^{0,0537} (\ln H))} \times P_t$    |
| Шаг 2<br>Step 2  | $P_c = \frac{1}{1 + (0,2969 D^{-0,8740} H^{1,5875} D^{0,0687} (\ln H))} \times P_a$  | $P_s = \frac{1}{1 + (3,3679 D^{0,8740} H^{-1,5875} D^{-0,0687} (\ln H))} \times P_a$   |
| Шаг 3а<br>Step 3а  | $P_f = \frac{1}{1 + (0,8041 D^{0,1507} H^{-0,0804} D^{0,0219} (\ln H))} \times P_c$  | $P_b = \frac{1}{1 + (1,2436 D^{-0,1507} H^{0,0804} D^{-0,0219} (\ln H))} \times P_c$   |
| Шаг 3б<br>Step 3б  | $P_w = \frac{1}{1 + (0,2306 D^{-0,0904} H^{0,0384} D^{-0,0815} (\ln H))} \times P_s$ | $P_{bk} = \frac{1}{1 + (4,3356 D^{0,0904} H^{-0,0384} D^{0,0815} (\ln H))} \times P_s$ |

Рис. 6. Трехшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы деревьев ели, реализованная по принципу пропорционального взвешивания. Обозначения: см. рис. 1.

Fig. 6. Three-step disaggregation additive model of proportional weighting for estimating spruce tree biomass and its components.

For designations see Fig. 1.

Таблица 3  
Таблица аддитивного фракционного состава фитомассы деревьев (кг абсолютно сухой массы)  
для оценки фитомассы ельников, произрастающих на территории Евразии

Table 3

Additive fractional composition of tree phytomass (kg of absolutely dry matter) for the evaluation  
of spruce stands phytomass in Eurasia

| H, м<br>H, m | Фракции фитомассы<br>Phytomass fractions | Диаметр ствола, см<br>Stem diameter, cm |       |       |        |        |    |    |
|--------------|--|---|-------|-------|--------|--------|----|----|
|              |  | 6                                       | 10    | 14    | 18     | 22     | 26 | 30 |
| 6            | Общая фитомасса<br>Total phytomass       | 9,99                                    | 25,09 | 46,05 | –      | –      | –  | –  |
|              | Корни<br>Roots                           | 1,75                                    | 5,26  | 10,84 | –      | –      | –  | –  |
|              | Надземная<br>Aboveground                 | 8,24                                    | 19,83 | 35,21 | –      | –      | –  | –  |
|              | Крона<br>Crown                           | 3,54                                    | 10,41 | 20,67 | –      | –      | –  | –  |
|              | Хвоя<br>Fir needle                       | 1,79                                    | 5,01  | 9,62  | –      | –      | –  | –  |
|              | Ветви<br>Branches                        | 1,75                                    | 5,40  | 11,05 | –      | –      | –  | –  |
|              | Ствол в коре<br>Stem in bark             | 4,70                                    | 9,42  | 14,54 | –      | –      | –  | –  |
|              | Древесина ствола<br>Stem wood            | 4,05                                    | 8,24  | 12,84 | –      | –      | –  | –  |
|              | Кора ствола<br>Stem bark                 | 0,65                                    | 1,18  | 1,70  | –      | –      | –  | –  |
| 10           | Общая фитомасса<br>Total phytomass       | 11,05                                   | 30,44 | 59,37 | 97,75  | –      | –  | –  |
|              | Корни<br>Roots                           | 1,59                                    | 5,34  | 11,84 | 21,39  | –      | –  | –  |
|              | Надземная<br>Aboveground                 | 9,46                                    | 25,10 | 47,53 | 76,36  | –      | –  | –  |
|              | Крона<br>Crown                           | 2,26                                    | 7,82  | 17,37 | 31,17  | –      | –  | –  |
|              | Хвоя<br>Fir needle                       | 1,15                                    | 3,79  | 8,13  | 14,20  | –      | –  | –  |
|              | Ветви<br>Branches                        | 1,11                                    | 4,03  | 9,24  | 16,97  | –      | –  | –  |
|              | Ствол в коре<br>Stem in bark             | 7,20                                    | 17,28 | 30,16 | 45,19  | –      | –  | –  |
|              | Древесина ствола<br>Stem wood            | 6,25                                    | 15,25 | 26,90 | 40,61  | –      | –  | –  |
|              | Кора ствола<br>Stem bark                 | 0,95                                    | 2,03  | 3,26  | 4,58   | –      | –  | –  |
| 14           | Общая фитомасса<br>Total phytomass       | 11,81                                   | 34,58 | 70,18 | 119,05 | 181,56 | –  | –  |
|              | Корни<br>Roots                           | 1,48                                    | 5,37  | 12,50 | 23,42  | 38,60  | –  | –  |
|              | Надземная<br>Aboveground                 | 10,33                                   | 29,21 | 57,68 | 95,63  | 142,96 | –  | –  |
|              | Крона<br>Crown                           | 1,55                                    | 5,87  | 13,91 | 26,24  | 43,30  | –  | –  |
|              | Хвоя<br>Fir needle                       | 0,80                                    | 2,86  | 6,54  | 11,99  | 19,34  | –  | –  |
|              | Ветви<br>Branches                        | 0,75                                    | 3,01  | 7,37  | 14,25  | 23,96  | –  | –  |
|              | Ствол в коре<br>Stem in bark             | 8,78                                    | 23,34 | 43,77 | 69,39  | 99,66  | –  | –  |
|              | Древесина ствола<br>Stem wood            | 7,65                                    | 20,72 | 39,29 | 62,77  | 90,66  | –  | –  |
|              | Кора ствола<br>Stem bark                 | 1,13                                    | 2,62  | 4,48  | 6,62   | 9,00   | –  | –  |

|    |   |   |       |       |        |        |        |        |
|----|---|---|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 18 | Общая фитомасса<br><i>Total phytomass</i> | – | 38,03 | 79,52 | 137,94 | 214,14 | 308,83 | –      |
|    | Корни<br><i>Roots</i>                     | – | 5,39  | 13,00 | 25,01  | 42,12  | 64,91  | –      |
|    | Надземная<br><i>Aboveground</i>           | – | 32,64 | 66,52 | 112,93 | 172,02 | 243,92 | –      |
|    | Крона<br><i>Crown</i>                     | – | 4,55  | 11,26 | 21,96  | 37,25  | 57,64  | –      |
|    | Хвоя<br><i>Fir needle</i>                 | – | 2,23  | 5,31  | 10,06  | 16,67  | 25,28  | –      |
|    | Ветви<br><i>Branches</i>                  | – | 2,32  | 5,95  | 11,90  | 20,58  | 32,36  | –      |
|    | Ствол в коре<br><i>Stem in bark</i>       | – | 28,09 | 55,26 | 90,97  | 134,77 | 186,28 | –      |
|    | Древесина ствола<br><i>Stem wood</i>      | – | 25,04 | 49,83 | 82,66  | 123,18 | 171,04 | –      |
|    | Кора ствола<br><i>Stem bark</i>           | – | 3,05  | 5,43  | 8,31   | 11,59  | 15,24  | –      |
| 22 | Общая фитомасса<br><i>Total phytomass</i> | – | –     | 87,86 | 155,15 | 244,31 | 356,52 | 492,85 |
|    | Корни<br><i>Roots</i>                     | – | –     | 13,39 | 26,33  | 45,11  | 70,52  | 103,32 |
|    | Надземная<br><i>Aboveground</i>           | – | –     | 74,47 | 128,82 | 199,20 | 286,00 | 389,53 |
|    | Крона<br><i>Crown</i>                     | – | –     | 9,31  | 18,59  | 32,17  | 50,63  | 74,540 |
|    | Хвоя<br><i>Fir needle</i>                 | – | –     | 4,40  | 8,53   | 14,41  | 22,23  | 32,13  |
|    | Ветви<br><i>Branches</i>                  | – | –     | 4,91  | 10,06  | 17,76  | 28,40  | 42,37  |
|    | Ствол в коре<br><i>Stem in bark</i>       | – | –     | 65,16 | 110,23 | 167,03 | 235,37 | 315,03 |
|    | Древесина ствола<br><i>Stem wood</i>      | – | –     | 58,96 | 100,52 | 153,21 | 216,90 | 291,40 |
|    | Кора ствола<br><i>Stem bark</i>           | – | –     | 6,20  | 9,71   | 13,82  | 18,47  | 23,63  |
| 26 | Общая фитомасса<br><i>Total phytomass</i> | – | –     | –     | 171,10 | 272,64 | 401,81 | 560,14 |
|    | Корни<br><i>Roots</i>                     | – | –     | –     | 27,47  | 47,73  | 75,51  | 111,76 |
|    | Надземная<br><i>Aboveground</i>           | – | –     | –     | 143,63 | 224,91 | 326,30 | 448,38 |
|    | Крона<br><i>Crown</i>                     | – | –     | –     | 15,97  | 28,07  | 44,76  | 66,60  |
|    | Хвоя<br><i>Fir needle</i>                 | – | –     | –     | 7,34   | 12,59  | 19,67  | 28,74  |
|    | Ветви<br><i>Branches</i>                  | – | –     | –     | 8,63   | 15,48  | 25,09  | 37,86  |
|    | Ствол в коре<br><i>Stem in bark</i>       | – | –     | –     | 127,66 | 196,84 | 281,54 | 381,78 |
|    | Древесина ствола<br><i>Stem wood</i>      | – | –     | –     | 116,75 | 181,08 | 260,21 | 354,18 |
|    | Кора ствола<br><i>Stem bark</i>           | – | –     | –     | 10,91  | 15,76  | 21,33  | 27,60  |

В качестве методического подхода мы выбрали принцип дисагрегирования, реализованный по 3-шаговой схеме пропорционального взвешивания (3SPW), поскольку он: (а) позволяет пошагово (последовательно) расчленить оценки общей фитомассы на промежуточные фракции и затем полученные оценки – на исходные фракции в соответствии с их долями в промежуточных фракциях, (б) обеспечивает пошаговую аддитивность фракций всех уровней, (в) дает в итоге модель фитомассы для каждой про-

межуточной и исходной фракции с возможностью выбора системы аддитивных уравнений любой желаемой степени детализации, (г) не требует наличия одного и того же количества наблюдений для всех фракций фитомассы и (д) не требует наличия и использования труднодоступных программ (SAS/ETS 9.3; R-statistical package), позволяя обходиться инструментарием Excel. Последовательность наших расчетов аналогична представленной на рис. 1 и 2.

Выбранная нами структура исходных аллометрических уравнений отличается от предложенной в работах наших предшественников [15] тем, что в аллометрическую модель в качестве независимых переменных вводятся не только диаметр ствола ( $D$ , см) и его высота ( $H$ , м), но и их совместный эффект, или синергизм (рис. 3б). Поскольку минимальный диаметр стволов на высоте груди в сформированной базе данных составляет 0,4–0,5 см при высоте дерева  $> 1,3$  м, то традиционная аллометрическая связь фитомассы с диаметром и высотой ствола нарушается в результате сдвига таксационного диаметра вверх по стволу, вплоть до верхушечного побега. Вследствие этого появляется корреляция остаточной дисперсии (рис. 3а), которая устраняется вводом синергизма  $(\ln D)(\ln H)$  (рис. 3б).

**Результаты исследования.** На первом этапе исследования рассчитаны независимые аллометрические уравнения, скорректированные посредством введения синергизма  $(\ln D)(\ln H)$ , вначале для общей фитомассы, затем для надземной (промежуточная фракция 1-го порядка) и корней (для шага 1), далее для промежуточных фракций 2-го порядка – кроны и ствола в коре (для шага 2) и, наконец, для исходных фракций – хвои и ветвей (для шага 3а) и древесины и коры ствола (для шага 3б) согласно их принятой структуре

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln D) + c_i (\ln H) + d_i (\ln D)(\ln H), (2)$$

или после антилогарифмирования

$$P_i = a_i D^{b_i} H^{c_i} D^{d_i (\ln H)}, (3)$$

Характеристика полученных уравнений после антилогарифмирования приведена в табл. 2. Все регрессионные коэффициенты уравнений (3) за редкими исключениями значимы на уровне вероятности  $P_{001}$ , и уравнения адекватны исходным данным.

После подстановки регрессионных коэффициентов независимых уравнений из табл. 2 в структуру аддитивной модели, представленную на рис. 4, на втором этапе исследований получили совокупность

исходных аддитивных аналитических зависимостей (рис. 5), а после сокращения дробей – окончательную структуру зависимостей, или трансконтинентальную аддитивную модель фракционного состава фитомассы деревьев ели, рассчитанную по 3-шаговой схеме пропорционального взвешивания (рис. 6). Модель действительна в диапазоне  $D = 1,0 \div 68,0$  см и  $H = 1,3 \div 43,0$  м. Путем ее табулирования по задаваемым значениям  $D$  и  $H$  получили искомую таблицу фракционного состава фитомассы деревьев, предназначенную для оценки фитомассы ельников, произрастающих на территории Евразии (табл. 3).

**Заключение.** Таким образом, впервые в русскоязычной литературе на уникальной по объему базе фактических данных на примере рода *Picea* L. разработана система аддитивных соотношений фракционного состава фитомассы, на основе которой составлена соответствующая таблица для оценки фитомассы деревьев по двум входам – диаметру ствола и высоте дерева. В отличие от «агрегированного» метода построения аддитивной модели по принципу «от частного – к общему» [7], применен альтернативный, «дисагрегированный» трехшаговый метод ее построения по принципу «от общего – к частному» [15], модифицированный авторами путем снятия корреляции остаточной дисперсии. Предложенная модель и соответствующая таблица для оценки подеревной фитомассы дает возможность определения в первом приближении фитомассы еловых древостоев (т/га) Евразии по данным измерительной таксации. Поскольку ранее было показано [20, 21], что подобные всеобщие модели и таблицы могут иметь смещения в локальных условиях их применения, на следующем этапе исследований предстоит разработать более детальные, региональные модели и таблицы фитомассы путем «разбиения» предложенной здесь всеобщей модели на региональные с помощью фиктивных переменных.

### Литература

1. Lohbeck M., Poorter L., Martinez-Ramos M., Bongers F. Biomass is the main driver of changes in ecosystem process rates during tropical forest succession // *Ecology*. 2015. Vol. 96. P. 1242–1252.
2. Martin P. A., Newton A. C., Bullock J. M. Carbon pools recover more quickly than plant biodiversity in tropical secondary forests // *Proceedings of the Royal Society: B (Biological Sciences)*. 2013. Vol. 280. P. 1–8. DOI : 10.1098/rspb.2013.2236.
3. Усольцев В. А. Об аддитивных моделях биомассы деревьев: неопределенности и попытка их аналитического обзора // *Эко-потенциал*. 2017. № 2. С. 23–46.
4. Young H. E., Strand L., Altenberger R. Preliminary fresh and dry weight tables for seven tree species in Maine // *Maine Agricultural Experiment Station, Technical Bulletin*. 1964. № 12. 76 p.
5. Kozak A. Methods for ensuring additivity of biomass components by regression analysis // *The Forestry Chronicle*. 1970. Vol. 46. № 5. P. 402–404.
6. Parresol B. R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparison // *Forest Science*. 1999. Vol. 45. P. 573–593.
7. Parresol B. R. Additivity of nonlinear biomass equations // *Canadian Journal of Forest Research*. 2001. Vol. 31. P. 865–878.



8. Carvalho J. P., Parresol B. R. Additivity in tree biomass components of Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) // Forest Ecology and Management. 2003. Vol. 179. P. 269–276.
9. Bi H., Turner J., Lambert M. J. Additive biomass equations for native eucalypt forest trees of temperate Australia // Trees. 2004. Vol. 18. P. 467–479.
10. Bi H., Murphy S., Volkova L., Weston Ch., Fairman T., Li Y., Law R., Norris J., Lei X., Caccamo G. Additive biomass equations based on complete weighing of sample trees for open eucalypt forest species in south-eastern Australia // Forest Ecology and Management. 2015. Vol. 349. P. 106–121. DOI : 10.1016/j.foreco.2015.03.007.
11. Daryaei A., Sohrabi H. Additive biomass equations for small diameter trees of temperate mixed deciduous forests // Scandinavian Journal of Forest Research. 2015. Vol. 31. № 4. P. 394–398.
12. Stankova T., Gyuleva V., Tsvetkov I., Popov E. et al. Aboveground dendromass allometry of hybrid black poplars for energy crops // Annals of Forest Research. 2016. Vol. 59. № 1. P. 61–74.
13. Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // Scientia Silvae Sinica. 2000. Vol. 36. P. 19–27.
14. Zeng W.S., Tang S. Z. Using measurement error modeling method to establish compatible single-tree biomass equations system // Forest Research. 2010. Vol. 23. P. 797–802.
15. Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // Forest Science. 2015. Vol. 61. № 1. P. 35–45.
16. Zhang C., Peng D.-L., Huang G.-S., Zeng W.-S. Developing aboveground biomass equations both compatible with tree volume equations and additive systems for single-trees in poplar plantations in Jiangsu Province, China // Forests. 2016. Vol. 7. № 2. P. 32. DOI : 10.3390/f7020032.
17. Fu L., Lei Y., Wang G., Bi H., Tang S., Song X. Comparison of seemingly unrelated regressions with error-invariable models for developing a system of nonlinear additive biomass equations // Trees. 2016. Vol. 30. № 3. P. 839–857.
18. Usoltsev V. A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests : CD-version in English and Russian. Ekaterinburg : Ural State Forest Engineering University, 2016. URL : <http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>.
19. Усольцев В. А., Воронов М. П., Колчин К. В. Структура фитомассы деревьев лесобразующих пород в трансконтинентальных градиентах Евразии // Эко-потенциал. 2017. № 1. С. 55–71.
20. Усольцев В. А., Колчин К. В., Воронов М. П. Фиктивные переменные и смещения всеобщих аллометрических моделей при локальной оценке фитомассы деревьев (на примере *Picea L.*) // Эко-потенциал. 2017. № 1. С. 22–39.
21. Усольцев В. А., Колчин К. В., Азаренок В. А. О возможностях применения всеобщих и региональных аллометрических моделей при оценке фитомассы деревьев ели // Аграрный вестник Урала. 2017. № 06. С. 33–37.

#### References

1. Lohbeck M., Poorter L., Martinez-Ramos M., Bongers F. Biomass is the main driver of changes in ecosystem process rates during tropical forest succession // Ecology. 2015. Vol. 96. P. 1242–1252.
2. Martin P. A., Newton A. C., Bullock J. M. Carbon pools recover more quickly than plant biodiversity in tropical secondary forests // Proceedings of the Royal Society: B (Biological Sciences). 2013. Vol. 280. P. 1–8. DOI : 10.1098/rspb.2013.2236.
3. Усольцев В. А. Об аддитивных моделях биомассы деревьев: неопределенности и попытка их аналитического обзора // Эко-потенциал. 2017. № 2. С. 23–46.
4. Young H. E., Strand L., Altenberger R. Preliminary fresh and dry weight tables for seven tree species in Maine // Maine Agricultural Experiment Station, Technical Bulletin. 1964. № 12. 76 p.
5. Kozak A. Methods for ensuring additivity of biomass components by regression analysis // The Forestry Chronicle. 1970. Vol. 46. № 5. P. 402–404.
6. Parresol B. R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparison // Forest Science. 1999. Vol. 45. P. 573–593.
7. Parresol B. R. Additivity of nonlinear biomass equations // Canadian Journal of Forest Research. 2001. Vol. 31. P. 865–878.
8. Carvalho J. P., Parresol B. R. Additivity in tree biomass components of Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) // Forest Ecology and Management. 2003. Vol. 179. P. 269–276.
9. Bi H., Turner J., Lambert M. J. Additive biomass equations for native eucalypt forest trees of temperate Australia // Trees. 2004. Vol. 18. P. 467–479.

10. Bi H., Murphy S., Volkova L., Weston Ch., Fairman T., Li Y., Law R., Norris J., Lei X., Caccamo G. Additive biomass equations based on complete weighing of sample trees for open eucalypt forest species in south-eastern Australia // *Forest Ecology and Management*. 2015. Vol. 349. P. 106–121. DOI : 10.1016/j.foreco.2015.03.007.
11. Daryaei A., Sohrabi H. Additive biomass equations for small diameter trees of temperate mixed deciduous forests // *Scandinavian Journal of Forest Research*. 2015. Vol. 31. № 4. P. 394–398.
12. Stankova T., Gyuleva V., Tsvetkov I., Popov E. at al. Aboveground dendromass allometry of hybrid black poplars for energy crops // *Annals of Forest Research*. 2016. Vol. 59. № 1. P. 61–74.
13. Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // *Scientia Silvae Sinica*. 2000. Vol. 36. P. 19–27.
14. Zeng W.S., Tang S. Z. Using measurement error modeling method to establish compatible single-tree biomass equations system // *Forest Research*. 2010. Vol. 23. P. 797–802.
15. Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // *Forest Science*. 2015. Vol. 61. № 1. P. 35–45.
16. Zhang C., Peng D.-L., Huang G.-S., Zeng W.-S. Developing aboveground biomass equations both compatible with tree volume equations and additive systems for single-trees in poplar plantations in Jiangsu Province, China // *Forests*. 2016. Vol. 7. № 2. P. 32. DOI : 10.3390/f7020032.
17. Fu L., Lei Y., Wang G., Bi H., Tang S., Song X. Comparison of seemingly unrelated regressions with error-invariable models for developing a system of nonlinear additive biomass equations // *Trees*. 2016. Vol. 30. № 3. P. 839–857.
18. Usoltsev V. A. Single-tree biomass data for remote sensing and ground measuring of Eurasian forests : CD-version in English and Russian. Ekaterinburg : Ural State Forest Engineering University, 2016. URL : <http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6103>.
19. Usoltsev V. A., Voronov M. P., Kolchin K. V. Single-tree biomass structure of forest-forming species in trans-continental gradients of Eurasia // *Eco-Potential*. 2017. № 1. P. 55–71.
20. Usoltsev V. A., Kolchin K. V., Voronov M. P. Dummy variables and biases of allometric models when local estimating tree biomass (on an example of *Picea L.*) // *Eco-Potential*. 2017. № 1 (17). P. 22–39 .
21. Usoltsev V. A., Kolchin K. V., Azarenok V. A. On possibilities for application of generic and regional allometric models, when local estimating spruce tree biomass // *Agrarian Bulletin of the Urals*. 2017. № 6. P. 33–37.

*Авторы выражают признательность Г. Б. Кофману, кандидату физико-математических наук, старшему научному сотруднику Института леса им. В. Н. Сукачева СО РАН, за критические замечания, высказанные в ходе подготовки рукописи.*